

# SAP2000 索对象对比分析以及要点简述

罗伟, 常弘

(北京金土木软件技术有限公司, 100044)

**[摘要]** 通过考虑轴力的三维杆系单元的刚度矩阵分析对索单元轴力在索结构中的作用进行了阐述, 揭示轴力对索受力的影响。索受力带有明显的非线性的行为, 受几何刚度矩阵影响较大, 如果不能准确地确定索对象轴力的刚度贡献会导致带索对象的数值计算同实际受力行为存在比较大的偏差, 经过进一步的有限元实际算例对比分析, 揭示初始找形对于索单元在数值分析中的必要性, 为工程中数值模拟带索对象的结构提供一种思路。

**[关键词]** 索; 几何刚度矩阵; 非线性; 初始找形

## 0 前言

索广泛运用于土木工程领域, 索对象的受力特点比较特殊, 带有明显的非线性, 因此在实际结构分析中如何准确考虑索单元的受力行为对于把握整个的准确受力有非常重要的指导意义。本文针对索单元的特点先从受力原理上简单阐述其受力行为, 然后通过有限元程序索单元的初始找形进行对比分析, 从分析结果可以看出确定初始状态(刚度和形状)对于索单元的静力以及动力学的特点有显著的影响。

## 1 索受力行为简述

### 1.1 单元分析<sup>[1-3]</sup>

根据结构力学和有限元的知识可知: 对于不考虑轴力的等截面三维杆系的单元刚度矩阵可以表示为:

$$[k_D] = \frac{E}{l} \begin{bmatrix} \frac{12I}{l^2} & 0 & -\frac{6I}{l} & -\frac{12I}{l^2} & 0 & -\frac{6I}{l} \\ 0 & A & 0 & 0 & -A & 0 \\ -\frac{6I}{l} & 0 & 4I & \frac{6I}{l} & 0 & 2I \\ -\frac{12I}{l^2} & 0 & \frac{6I}{l} & \frac{12I}{l^2} & 0 & \frac{6I}{l} \\ 0 & -A & 0 & 0 & A & 0 \\ -\frac{6I}{l} & 0 & 2I & \frac{6I}{l} & 0 & 4I \end{bmatrix} \quad (1)$$

式(1)反映了单元的截面刚度  $EA$  和  $EI$  的影响, 通常称式(1)中矩阵为单元弹性刚度矩阵。而对于考虑轴力的等截面三维杆系的单元刚度矩阵为:

$$[k] = [k_D] + [k_G] \quad (2)$$

其中  $[k_D]$  为式(1)中的单元弹性刚度矩阵;  $[k_G]$  可表示为:

$$[k_G] = \frac{N}{l} \begin{bmatrix} \frac{6}{5} & 0 & -\frac{l}{10} & -\frac{6}{5} & 0 & -\frac{l}{10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{l}{10} & 0 & \frac{2}{15}l^2 & \frac{l}{10} & 0 & -\frac{l^2}{30} \\ -\frac{6}{5} & 0 & \frac{l}{10} & \frac{6}{5} & 0 & \frac{l}{10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{l}{10} & 0 & -\frac{l^2}{30} & \frac{l}{10} & 0 & \frac{2}{15}l^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式(3)中矩阵  $[k_G]$  与截面刚度特性  $EA$  和  $EI$  无关, 只与杆件的几何长度与位置有关, 通常称式(3)中矩阵为单元几何刚度矩阵。

### 1.2 几何刚度矩阵的意义

几何刚度矩阵对于拉杆和压杆有着非常重要的意义: 工程实际中通常所说的压杆稳定问题(即第一类分支点失稳问题)跟几何刚度矩阵  $[k_G]$  有直接的联系, 对于压杆而言式(3)

中的  $N$  为负值导致  $[k_G]$  为负, 此时几何刚度矩阵  $[k_G]$  和单元弹性刚度矩阵  $[k_D]$  异号, 单元的总刚度矩阵  $[k]$  随着压力  $N$  的增加而减小, 当压力  $N$  增加到某一个特殊值时(欧拉临界力), 为奇异矩阵, 此时总刚度为零对外丧失承载能力, 结构发生分支点失稳; 另外一种常见的工程实际结构对象就是索, 在索单元内部轴向力为正, 此时式(3)中的  $N$  为正值即  $[k_G]$  为正, 几何刚度矩阵  $[k_G]$  和单元弹性刚度矩阵  $[k_D]$  同号, 单元的总刚度矩阵  $[k]$  随着拉力  $N$  的增加而增加, 索对象一般材料的强度比较高, 其截面属性相对较小, 导致  $[k_D]$  较小, 同时索对象内部都存在一个巨大的轴拉力导致  $[k_G]$  比  $[k_D]$  大, 此时刚度矩阵  $[k]$  的主要刚度贡献是由于拉力引起的几何刚度矩阵。因此如何准确衡量压杆和拉杆的几何刚度矩阵对于这两类对象的分析有着非常重要的影响。

## 2 索结构计算特点

索结构模型在进行常规的静力和动力分析之前必须先完成一个初始分析过程, 这个初始分析过程叫做初始找形, 初始找形的工作用于确定总体刚度矩阵中轴力引起的几何刚度矩阵的贡献, 从而确定在综合刚度作用下索受力后的初始形状。从解析解可知: 索在弧长荷载外力作用下其理论线形为悬链线; 在弦长荷载外力作用下其理论线形为二次抛物线。根据这个特点可以通过索所受外力和索自身线形计算索的张拉力; 或者通过索所受外力和索的张拉力计算索自身线形。本文通过 ANSYS 和 SAP2000 两种有限元程序分别对索单元的静力行为和动力行为进行对比分析, 揭示索结构在不同张拉力下对结构刚度的影响。其中 ANSYS 通过非线性的计算方法计算出在外力作用下的变形, 然后通过更新几何的方法一步一步逼近索外力作用下的初始形状; 对于 SAP2000 程序本身提供了索几何的计算工具, 可以通过该计算工具快速计算不同已知条件下索的外力、张拉力和线形的耦合关系, 可以快速定位索的初始状态。

## 3 算例

本算例结构跨径为 200m; 索截面面积为 645mm<sup>2</sup>; 空缆垂度为 4.38m; 空缆状态下两端初始张拉力为: 48.3kN。分别使用 ANSYS 和 SAP2000 进行对比分析, 两种软件的

作者简介: 罗伟, 硕士, Email: luow@bjcks.com.

网格划分均为 40 份, SAP2000 中使用程序自带的索对象来模拟, 通过给定初始线形自动计算出索初始状态的轴力, 并且以初始状态的轴力修正索的刚度; ANSYS 中使用 LINK10 单元模拟索对象, 通过非线性分析进行找形并确定其初始状态的轴力; 不考虑轴力的模型为 SAP2000 中使用框架单元模拟索的情况。

### 3.1 静力特性求解

静定分析工况针对吊杆拉力进行对比分析, 本次分析吊杆力为 10kN, 吊杆间距为 5m。在 SAP2000 和 ANSYS 中分别建模分析, 考虑轴力时 SAP2000 和 ANSYS 给出的结果非常接近, 见表 1, 通过挠度对比可以发现, 挠度误差在 1% 以内, 说明此时两个模型中结构的刚度有很好的可比性, 并且其中索对象的刚度贡献主要来自于轴力的影响。

SAP2000 和 ANSYS 索初始形状对比 表 1

位置/m	SAP2000/m (考虑轴力) <sup>1</sup>	ANSYS/m (考虑轴力)	SAP2000/ANSYS (考虑轴力)
0/200	0	0	-
20/180	-2.375	-2.385	0.996
40/160	-4.248	-4.261	0.997
60/140	-5.598	-5.612	0.998
80/120	-6.412	-6.428	0.998
100	-6.685	-6.700	0.998

通过计算结果可以发现, 索在吊杆荷载作用下整体有较大的挠度, 跨中最大挠度为 2.214m, 索对象在变形前、后的形状见图 1。

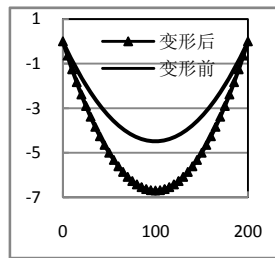


图 1 索对象在吊杆荷载作用下的变形

### 3.2 动力特性求解

结构的固有周期主要是受刚度和质量的影响, 本节通过对对比同一个几何模型在找形以后和考虑轴力的索对象的固有振动的情况。

通过对比分析可以发现, SAP2000 和 ANSYS 中考虑轴力的模型得到的结构自振周期非常接近, 前六阶模态的误差在 10% 以内, 见表 2, 其中两种软件之间周期有一定的差别是由于采用不同的计算方法确定初始状态, 导致两个模型中受力上稍有区别, 进而导致了两者自振周期的差别。

SAP2000 和 ANSYS 前六阶模态周期对比 表 2

模态阶数	SAP2000/s (考虑轴力) <sup>1</sup>	ANSYS/s (考虑轴力)	SAP2000/ANSYS (考虑轴力)
模态 1	2.027	1.911	1.061
模态 2	1.549	1.576	0.983
模态 3	1.156	1.169	0.989
模态 4	1.015	0.951	1.067
模态 5	0.805	0.754	1.067
模态 6	0.680	0.631	1.078

注 1: SAP2000 考虑轴力模型系采用索单元进行模态分析; ANSYS 考虑轴力索模型系通过非线性迭代找形后进行模态分析。

SAP2000 和 ANSYS 在考虑轴力的情况下得到的振型是一致的, 第 1 阶振型是 1 阶反对称竖向振动; 第 2 阶振型为 1 阶正对称竖向振动; 第 3 阶振型为 2 阶正对称竖向振动;

第 4 阶振型为 2 阶反对称竖向振动; 第 5 阶振型为 3 阶正对称竖向振动; 第 6 阶振型为 3 阶反对称竖向振动, 见图 2。

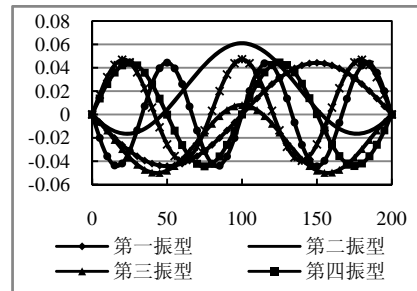


图 2 空缆状态下结构前 6 阶固有振型

是否考虑轴力的前六阶模态周期对比 表 3

模态阶数	SAP2000/s (考虑轴力) <sup>1</sup>	ANSYS/s (不考虑轴力)	不考虑轴力/考虑轴力 (SAP2000)
模态 1	2.027	176.587	87.117
模态 2	1.549	82.515	53.270
模态 3	1.156	44.083	38.134
模态 4	1.015	28.690	28.266
模态 5	0.805	19.588	24.333
模态 6	0.680	14.510	21.338

注 1: 不考虑轴力的模型系利用框架单元模拟索进行模态分析时不计入框架单元轴力的效应得到的结果。

对于考虑轴力和不考虑轴力的情况进行了对比分析, 结果见表 3。对于本算例而言: 不考虑轴力的索对象周期远远大于考虑轴力的索对象自振周期, 其中第一周期为 176.587s 而考虑轴力的刚度贡献后索对象的第一自振周期为 2.027s, 两者周期差别高达 87 倍之多。由此可见索对象中轴力刚度贡献占结构弹性刚度的比例。当然不同的索结构轴力的刚度贡献总体刚度的比值也在变化, 但其影响均不能忽略, 因此在索对象结构中轴力的刚度贡献必须加以考虑, 不然将导致结果出现大的偏差, 进行数值分析时因引起足够重视。

## 4 结论

通过上述对比分析可以发现索单元分析时, 如果不考虑索本身的轴力将会导致数值模拟结果同实际结果出现较大的偏差, 这种偏差将使得工程师无法准确把握索结构的真实受力、变形和动力学特性。在通常的有限元程序中使用索对象通常要实现设置一个非线性的找形工况来准确的衡量整个结构的刚度, 后续的分析继承找形以后的刚度来准确的捕获索对象的受力行为。SAP2000 本身自带的索形状求解器, 能够快速准确的确定索对象的初始状态, 方便索结构的后续分析。当然也可以通过框架对象来模拟索对象, 此时仍然需要进行一个初始找形的工作来确定索对象的初始状态。

### 参考文献

- [1] 匡文起, 等. 结构力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- [2] 王勖成, 等. 有限单元法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.
- [3] 李国豪. 桥梁结构稳定与振动[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2002.
- [4] 周宁, 等. ANSYS-APDL 高级工程运用实例分析与二次开发[M]. 北京: 中国水利出版社, 2007.
- [5] 北京金土木软件技术有限公司. SAP2000 中文版使用指南[M]. 北京: 人民交通出版社, 2006.